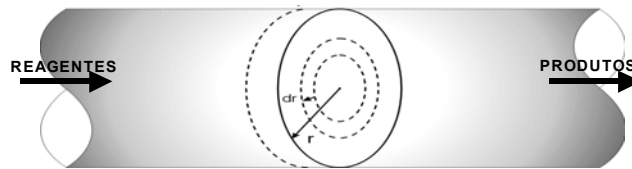


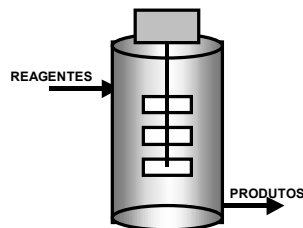


## Curso de Extensão:

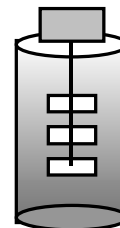
# PROGRAMAÇÃO EM MATLAB COM APLICAÇÃO EM REATORES QUÍMICOS



REATOR TUBULAR PFR



CSTR



BATELADA

**Prof. Dr. Ricardo de Araújo Kalid**

Departamento de Engenharia Química da UFBA



Escola Politécnica da  
UFBA



UFBA

# PROGRAMAÇÃO EM MATLAB COM APLICAÇÃO EM REATORES QUÍMICOS

## ÍNDICE

CURRÍCULO DO INSTRUTOR .....	3
<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>6</b>
1.1. Vetorização .....	8
1.2. Operações elemento a elemento .....	11
<b>2 EQUAÇÕES ALGÉBRICAS .....</b>	<b>12</b>
2.1. Sistemas de equações algébricas não-lineares que não necessitam de procedimentos iterativos .....	12
2.2. Sistema de equações algébricas lineares .....	14
2.3. Sistema de equações algébricas não-lineares (SEANL) .....	14
<b>3 SISTEMA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS - SEDO .....</b>	<b>18</b>
3.1. Uso de M-function – Exemplo: Reator a Batelada .....	21
3.2. S-function .....	26
3.2.1. S-function: Exemplo 1: SEDOL - Espaço de estados lineares .....	27
3.2.2. S-function: Exemplo 2: Espaço de estados não-lineares SEDONL : CSTR em regime transiente .....	30
3.2.3. S-function: Exemplo 3: Espaço de estados não-lineares SEDONL : neutralização de pH em malha fechada .....	33
3.2.4. S-function: Exemplo 4: Espaço de estados não-lineares SEDONL : reator PFR em estado estacionário.....	35
<b>4 SISTEMA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS PARCIAIS</b> S-function: espaço de estados não-lineares SEDPNL: reator PFR em regime transiente.....	<b>37</b>
<b>5 DEPURADOR DE PROGRAMAS.....</b>	<b>40</b>

## CURRÍCULO DO INSTRUTOR



**Ricardo de Araújo Kalid, D. Sc.** 04/09/64  
[kalid@ufba.br](mailto:kalid@ufba.br)  
 (0xx71) 247.5123 / 9984.3316  
 Prof. Deptº Engenharia Química da UFBA  
 Graduação em Engenharia Química – UFBA (88)  
 Mestrado em Engenharia Química - UFBA (91)  
 Doutorado em Engenharia Química – USP (99)

### ÁREAS DE ATUAÇÃO E LINHAS DE PESQUISA

Simulação em Regime Estacionário e Transiente de Processos  
 Identificação de Processos  
 Controle de Processos  
 Otimização de Processos  
 Simulação, Controle e Otimização de Reatores e Colunas de Destilação

### OUTROS

Professor do Mestrado em Engenharia Química da UFBA  
 Professor (anos 92 e 93) do Curso de Especialização em Instrumentação e Controle (CEINST) promovido pelo Departamento de Engenharia Mecânica da UFBA  
 Professor de Cursos de Educação Continuada (Controle Avançado, Controle Preditivo Multivariável, Identificação de Processos, Otimização de Processos Químicos, Controle de Colunas de Destilação) para DOW, PETROBRAS, GRIFFIN, EDN, CIQUINE, OXITENO, COPENE.  
 Professor (98) do Curso de Especialização em Automação de Sistemas Industriais (CEASI) promovido pelo Deptº de Engenharia Elétrica da UFBA  
 Professor e Coordenador (99) do Curso de Especialização em Controle e Automação de Processos Industriais (CECAPI) promovido pelos Deptº de Engenharia Química e Elétrica da UFBA  
 Professor e Coordenador (2000) do Curso de Especialização em Instrumentação, Automação, Controle e Otimização de Processos Contínuos (CICOP) promovido pelo Deptº de Engenharia Química e UFBA e AINST.

### PROJETOS COOPERATIVOS E/OU CONSULTORIAS PARA INDÚSTRIAS

DETEN: simulação do reator radial para desidrogenação de parafinas  
 EDN: participou da equipe de desenvolvimento do plano diretor de automação  
 COPENE: identificação de processos, sintonia de controladores industriais, simulação, controle e otimização do conversor de acetileno da ETENO II (em andamento)  
 PDAI-BA - Programa de Desenvolvimento da Automação Industrial, participantes: UFBA, UNIFACS, CEFET-BA, CETIND-SENAI, FIEB, SEPLANTEC, PETROBRAS, NITROCARBONO, DETEN, OXITENO, OPP, POLIBRASIL, POLITENO, COPENE

PROCESSAMENTO DE POLÍMEROS, participantes: UFBA, CETIND, BAPLASTIL  
 GRIFFIN: Sistema de controle de pH. Modelagem e Otimização do Reator de DCA

### INDICADORES DE PRODUÇÃO CIENTÍFICA

Trabalhos Apresentados em Congressos:	8
Trabalhos Publicados em Periódicos:	2
Tese de Mestrado Defendida e Aprovada:	1
Tese de Doutorado Defendida e Aprovada:	1
Orientação de Iniciação Científica:	15 (concluídas) e 3 em andamento
Orientação de Dissertações de Mestrado:	5 (em andamento)

## Trabalhos em parceria com indústrias:

N	Tema	Participantes	Instituição
01	Modelagem, simulação do reator de desidrogenação de n-parafinas da DETEN	Gian Carlo Gangemi	DETEN
		Ricardo Kalid	UFBA
02	Modelagem por redes neurais híbridas e otimização de reatores de CPD	Tatiana Freitas	UFBA
		Luiz Alberto Falcon	COPENE
		Ricardo Kalid	UFBA
03	Estimativa do tempo de campanha de fornos de pirólise da COPENE	Murilo F. de Amorim	COPENE
		Eliane Santanta	UFBA
		Ricardo Kalid	UFBA
04	Estimativa do tempo de campanha de fornos de pirólise da TRIKEM	José Milton	TRIKEM
		Milton Thadeu	TRIKEM
		Ricardo Kalid	UFBA
05	Módulo multimídia para treinamento em controle de processos contínuos	Gustavo Gadelha	SENAI-CETIND
		Jadson Aragão	SENAI-CETIND
		Admilson Casé	SENAI-CETIND
		Ricardo Kalid	UFBA
06	Modelagem, simulação, controle e otimização de conversores de acetileno da COPENE	Fabício Brito	UFBA
		Tatiana Marucci	UFBA
		Mauricio Moreno	COPENE
		Paulo Freitas	COPENE
		Ricardo Kalid	UFBA
07	Simulação e controle de colunas de destilação de BTX da COPENE	Lueci V. do Vale	UFBA
		Mark Langerhost	COPENE
		Ricardo Kalid	UFBA
08	"Plantwide control" de um trem de separação de xilenos (3 colunas de destilação em série/paralelo) da COPENE	Fábio Carrilho	COPENE
		Mauricio Moreno	COPENE
		Ricardo Kalid	UFBA
09	Simulação e controle de colunas de destilação de sulfolane da COPENE	Cathia R. Apenburg	COPENE
		Williane Carneiro	COPENE
		Ricardo Kalid	UFBA
10	Sistema de controle de pH dos efluentes da GRIFFIN	Nelson Siem Velarde	GRIFFIN
		Ricardo Kalid	UFBA
11	Sintonia do controlador de topo da coluna de destilação de 3,4 DCA da GRIFFIN	Klauss Villalva Serra	GRIFFIN
		Almir Viana Cotias Filho	GRIFFIN
		Ricardo Kalid	UFBA
12	Modelagem, simulação e otimização do reator de 3,4 DCA da GRIFFIN	Klauss Villalva Serra	GRIFFIN
		Ricardo Kalid	UFBA

## CURSOS E APOSTILAS DO INSTRUTOR SOBRE MODELAGEM DE PROCESSOS

1. *Operações Unitárias em Regime Transiente – Balanços de Massa, Energia e Momentum Aplicados a Processo Químicos.*  
Ricardo de Araújo Kalid. DEQ-UFBA.
2. *Identificação de Processos Químicos.*  
Ricardo de Araújo Kalid. DEQ-UFBA.

## CURSOS E APOSTILAS DO INSTRUTOR SOBRE SIMULAÇÃO DE PROCESSOS

3. *Programação em MATLAB com Aplicação em Reatores Químicos.* Ricardo de Araújo Kalid. DEQ-UFBA.

## CURSOS E APOSTILAS DO INSTRUTOR SOBRE CONTROLE DE PROCESSOS

4. *Sistemas de Controle dos Principais Equipamentos da Indústria de Processos Químicos e Petroquímicos.*  
Ricardo de Araújo Kalid. DEQ-UFBA.
5. *Controle de Processos Químicos.* Ricardo de Araújo Kalid. DEQ-UFBA.
6. *Definição da Estrutura do Sistema de Controle Multimilha de Processos Multivariáveis.* Ricardo de Araújo Kalid. DEQ-UFBA.
7. *Controle Avançado de Processos.* Ricardo de Araújo Kalid. DEQ-UFBA.
8. *Controle de Coluna de Destilação.* Ricardo de Araújo Kalid. DEQ-UFBA.
9. *Controle Preditivo Multivariável: DMC - Controle por Matriz Dinâmica.*  
Ricardo de Araújo Kalid. DEQ/UFBA

## CURSOS E APOSTILAS DO INSTRUTOR SOBRE OTIMIZAÇÃO DE PROCESSOS

10. *Otimização de Processos Químicos.*  
Ricardo de Araújo Kalid. DEQ-UFBA.

## • INTRODUÇÃO

O MATLAB (MATrix LABoratory) é um ambiente de programação adequado para resolver problemas que envolvam operações matemáticas com matrizes.

O MATLAB é composto por duas ferramentas básicas e várias auxiliares. As básicas, o próprio MATLAB e o SIMULINK constituem o núcleo mínimo que deve estar disponível e possibilitam executar as ferramentas auxiliares, denominadas *toolbox*.

Os *toolbox* disponíveis na versão 5.3<sup>&</sup> são os seguintes:

daq\daq	- Data Acquisition Toolbox.
toolbox\dials	- Dials & Gauges Blockset
toolbox\rptgenext	- Simulink Report Generator
toolbox\rptgen	- MATLAB Report Generator
database\database	- Database Toolbox.
database\vqb	- Visual Query Builder functions.
powersys\powersys	- Power System Blockset
toolbox\compiler	- MATLAB Compiler (and Compiler 1.2.1)
comm\comm	- Communications Toolbox.
toolbox\symbolic	- Symbolic Math Toolbox.
nag\nag	- NAG - Numerical & Statistical Library
map\map	- Mapping Toolbox
wavelet\wavelet	- Wavelet Toolbox.
toolbox\pde	- Partial Differential Equation Toolbox.
finance\finance	- Financial Toolbox.
lmi\lmictrl	- LMI Control Toolbox: Control Applications
lmi\lmiLAB	- LMI Control Toolbox
qft\qft	- QFT Control Design Toolbox.
toolbox\fixpoint	- Fixed-Point Blockset
dspblks\dspblks	- DSP Blockset.
fuzzy\fuzzy	- Fuzzy Logic Toolbox.
mpc\mpccmds	- Model Predictive Control Toolbox.
fdident\fdident	- Frequency Domain Identification Toolbox.
hosa\hosa	- Higher-Order Spectral Analysis Toolbox.
toolbox\stats	- Statistics Toolbox.
toolbox\ncd	- Nonlinear Control Design Blockset
images\images	- Image Processing Toolbox.
nnet\nnet	- Neural Network Toolbox.
mutools\subs	- Mu-Analysis and Synthesis Toolbox.
signal\signal	- Signal Processing Toolbox.
toolbox\splines	- Spline Toolbox.
toolbox\optim	- Optimization Toolbox.
toolbox\robust	- Robust Control Toolbox.
toolbox\ident	- System Identification Toolbox.
toolbox\control	- Control System Toolbox.
toolbox\rtw	- Real-Time Workshop
rtw\rtwdemos	- (No table of contents file)
stateflow\stateflow	- Stateflow

---

<sup>&</sup> A versão mais recente é a 6.0

Podemos observar que a área de cobertura dos *toolbox* é muito vasta cobrindo, por exemplo, os temas relacionados com

- finanças
- tratamento de imagem
- tratamento de sinais
- estatística
- redes neurais
- controle
- otimização

Mas além desses *toolbox*, que são adquiridos na MATHWORKS (empresa fornecedora do MATLAB/SIMULINK), vários outros podem ser encontrados gratuitamente na internet.

Devido o MATLAB cobrir várias áreas do conhecimento da engenharia e pela forma mais fácil de programar, quando comparado com outras linguagens de alto nível, como por exemplo FORTRAN ou C, esta plataforma tem sido largamente utilizado no meio acadêmico e industrial.

A facilidade da programação do MATLAB vem principalmente pela maneira intuitiva como as operações com vetores e matrizes são tratadas, dispensando quase\* que completamente o uso de indexadores, *loops* tipo *for* ou *do* na soma, multiplicação, inversão ou qualquer outra operação com matrizes e/ou vetores, por exemplo:

EX 1: Seja os vetores  $v1 = [1; 2; 3; 4]$  e  $v2 = [2; 3; 4; 5]$ .

A soma  $v3 = v1 + v2$  no MATLAB é realizada exatamente da maneira como escrevemos na linguagem matemática usual.

EX 2: Seja a matriz  $m1 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$

O quadrado dessa matriz é escrito por  $m1^2$  ou  $m1*m1$ .

O dobro dessa matriz é dado por  $2*m1$

evitando, dessa forma, a chamada de subrotinas para realizar cálculos corriqueiros nos problemas de engenharia.

Outro ponto que facilita a programação é que o MATLAB é um ambiente de programação que realiza instrução por instrução, o que ajuda muito na etapa de desenvolvimento dos programas. Mas que também pode gerar um código compilado, ou seja gerar um executável, que é executado independente do MATLAB.

---

\* A única situação na qual somos obrigados a utilizar os indexadores para realizar operação com matrizes é quando um elemento de uma matriz ou vetor depende de resultado de um elemento anterior dessa mesma matriz ou vetor.

## • Vetorização

O MATLAB realiza os cálculos utilizando o recurso da vetorização das matrizes e vetores automaticamente e de forma transparente para o usuário, desta forma o tempo computacional é minimizado sem necessitar de esforços adicionais do programador. Por exemplo, definindo o vetor *v1*

```
v1 = ones(10000,1);  
e o vetor v2  
v2= 2*ones(size(v1)) ;
```

a soma utilizando a vetorização é dada por

```
tic  
v3 = v1 + v2;  
toc  
  
elapsed_time =  
    0
```

enquanto que utilizando a estrutura por indexadores, temos:

```
tic  
for i = 1:length(v2)  
    v4(i) = v1(i) + v2(i);  
end  
toc  
  
elapsed_time =  
    0.4300 ]
```

Obs: os tempos acima são diferentes a depender da carga que a CPU está submetida no instante do processamento.

Observe que os textos em verde são exatamente os comandos que devem ser digitados no *prompt* do MATLAB. Enquanto que os textos e azul é o resultado que aparecerá na tela.

Ainda nos comando acima verificamos a sintaxe do comando *ones(nl,nc)*, no qual definimos o número de linhas *nl* e colunas *nc* que o vetor de uns *v1* terá.

Verificamos como gerar um novo vetor *v2* com as mesmas dimensões do vetor *v1*.

Ainda aprendemos a utilizar os comandos *tic* e *toc*. Aliás sempre que tiver dúvidas sobre como usar um comando, o MATLAB tem um help on-line, para tanto basta digitar *help*<sup>δ</sup> seguido do comando que uma ajuda na tela aparecerá. Por exemplo, se quiser saber como os comandos supracitados trabalham, basta digitar *help tic*

---

<sup>δ</sup> Um **help** mais completo é acionado através da barra principal do MATLAB, nesse **help** você pode fazer uma pesquisa por nome, ou navegar por toda a documentação do MATLAB.



### help tic

TIC Start a stopwatch timer.

The sequence of commands

TIC, operation, TOC

prints the number of seconds required for the operation.

See also TOC, CLOCK, ETIME, CPUTIME.

Na definição de uma matriz, a mudança de coluna é caracterizada pela inserção de uma vírgula e a de linha pelo ponto e vírgula. Por exemplo a matriz identidade 2 por 2 é criada pelo seguinte comando

```
matriz_identidade = [ 1 , 0 ; 0 1 ]
```

```
matriz_identidade =
```

```
1    0  
0    1
```

ou então usando o comando *eye*:

```
mat_ident = eye(2)
```

```
mat_ident =
```

```
1    0  
0    1
```

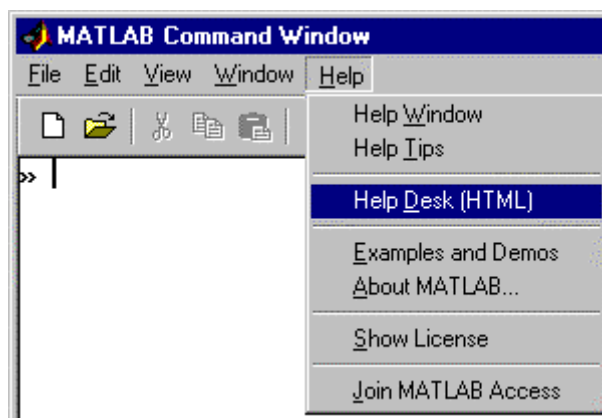
A inversa de uma matriz é calculada utilizando o comando *inv* :

```
A = [ 1 2 ; 4 10 ]
```

```
A =
```

```
1    2  
4   10
```

```
iA = inv(A)
```



10

```
iA =
    5.0000   -1.0000
   -2.0000    0.5000
```

verificando

**iA\*A**

```
ans =
    1    0
    0    1
```

## • Operações elemento a elemento

Podemos operar a multiplicação de duas matrizes elemento a elemento:

**iA.\*A**

```
ans =
    5   -2
   -8    5
```

Observe que antes do sinal de multiplicação colocamos um ponto. É dessa forma que é indicado para o MATLAB se a operação a ser realizada, que neste caso foi a multiplicação, é elemento a elemento ou segue as regras de multiplicação de duas matrizes. Essa mesma regra do ponto serve para potência(.^) e divisão(/).

Temos que ter cuidado com a multiplicação de matrizes e vetores, pois a operação matricial ou elemento a elemento darão resultados completamente diferentes.

Por exemplo, a operação **A\*A** gera a matriz

**A = [ 1 2 ; 4 10 ];**

**A\*A**

```
ans =
    9    22
   44   108
```

enquanto que a operação **A.\*A** gera a matriz

**A.\*A**

```
ans =
    1    4
   16   100
```

## • EQUAÇÕES ALGÉBRICAS

Muitos problemas são representados por sistemas de equações algébricas lineares ou não lineares. Como por exemplo

- cálculo da capacidade calorífica de substâncias e misturas
- obtenção dos coeficientes estequiométricos de um sistema reacional
- modelagem de um reator CSTR em estado estacionário

As equações algébricas podem ser classificadas como lineares ou não-lineares. Neste último caso, podemos resolver o sistema através da inversão de matrizes sem recorrer a procedimentos iterativos, porém no caso não-linear às vezes temos que utilizar de algoritmos numéricos mais sofisticados, como método de Newton, secante, etc.

### • Sistemas de equações algébricas não-lineares que não necessitam de procedimentos iterativos

Por exemplo, no cálculo da capacidade calorífica de substâncias e misturas não há necessidade de utilizar métodos numéricos. Tomemos a título de ilustração uma mistura formada por  $C_2H_2$ ,  $C_2H_4$ ,  $C_2H_6$ ,  $CO$ ,  $H_2$  e  $CH_4$  a uma certa temperatura ( $T = 30\text{ }^\circ\text{C}$ ) e a baixas pressões, a capacidade calorífica da mistura é dada por:

$$Cp_{mistura} = \sum_{i=1}^{nc} C_i \cdot Cp_i(T) \quad (02.01)$$

onde

$C_i$  - concentração da espécie  $i$

$Cp_i$  - capacidade calorífica molar da espécie  $i$

$T$  - temperatura

```

% Definição dos índices das substâncias
C2H2 = 1 ;
C2H4 = 2 ;
C2H6 = 3 ;
CO   = 4 ;
H2   = 5 ;
CH4  = 6 ;

% Condições da mistura
T = 30 + 273.15 ; % [=] K
ConcMol = [ 0.01  0.8  0.18  0.001  0.008  0.001 ] ;

% Coeficientes das capacidades caloríficas
Cp(C2H2,1) = 2.682e+1 ; % [=] J/(mol.K)
Cp(C2H2,2) = 7.578e-2 ; % [=] J/(mol.K)
Cp(C2H2,3) = -5.007e-5 ; % [=] J/(mol.K)
Cp(C2H2,4) = 1.412e-8 ; % [=] J/(mol.K)
Cp(C2H4,1) = 3.806e+0 ; % [=] J/(mol.K)
Cp(C2H4,2) = 1.566e-1 ; % [=] J/(mol.K)
Cp(C2H4,3) = -8.348e-5 ; % [=] J/(mol.K)
Cp(C2H4,4) = 1.755e-8 ; % [=] J/(mol.K)
Cp(C2H6,1) = 5.409e+0 ; % [=] J/(mol.K)
Cp(C2H6,2) = 1.781e-1 ; % [=] J/(mol.K)
Cp(C2H6,3) = -6.938e-5 ; % [=] J/(mol.K)
Cp(C2H6,4) = 8.713e-9 ; % [=] J/(mol.K)
Cp(CO,1)   = 3.087e+1 ; % [=] J/(mol.K)
Cp(CO,2)   = -1.285e-2 ; % [=] J/(mol.K)
Cp(CO,3)   = 2.789e-5 ; % [=] J/(mol.K)
Cp(CO,4)   = -1.272e-8 ; % [=] J/(mol.K)
Cp(H2,1)   = 2.714e+1 ; % [=] J/(mol.K)
Cp(H2,2)   = 9.274e-3 ; % [=] J/(mol.K)
Cp(H2,3)   = -1.381e-5 ; % [=] J/(mol.K)
Cp(H2,4)   = 7.645e-9 ; % [=] J/(mol.K)
Cp(CH4,1)  = 1.925e+1 ; % [=] J/(mol.K)
Cp(CH4,2)  = 5.213e-2 ; % [=] J/(mol.K)
Cp(CH4,3)  = 1.197e-5 ; % [=] J/(mol.K)
Cp(CH4,4)  = -1.132e-8 ; % [=] J/(mol.K)

% Capacidade calorífica média
T2 = T * T ;
T3 = T2 * T ;
T4 = T3 * T ;

Cpiaux = Cp(:,1) + Cp(:,2)*T + Cp(:,3)*T2 + Cp(:,4)*T3 ;
CCpi   = ConcMol * Cpiaux

CCpi =
    45.6172

```

Esses comandos podem todos estar contidos num arquivo texto, que deve ter a extensão **.m** . Dessa forma podemos calcular a propriedade à temperatura e/ou concentrações diferentes, sem ter a necessidade de digitar cada linha novamente.

## • Sistema de equações algébricas lineares

Por exemplo queremos resolver o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 9 \\ 2,5x_1 + 1,5x_2 = 7 \end{cases} \quad (02.02)$$

Solução:  $A \cdot x = b \Rightarrow x = A^{-1} \cdot B$

No MATLAB

$A = [ 2 \ 3 ; 2.5 \ 1.5]$

$b = [ 9 ; 7]$

$x = \text{inv}(A) * b$

A =

2.0000      3.0000  
2.5000      1.5000

b =

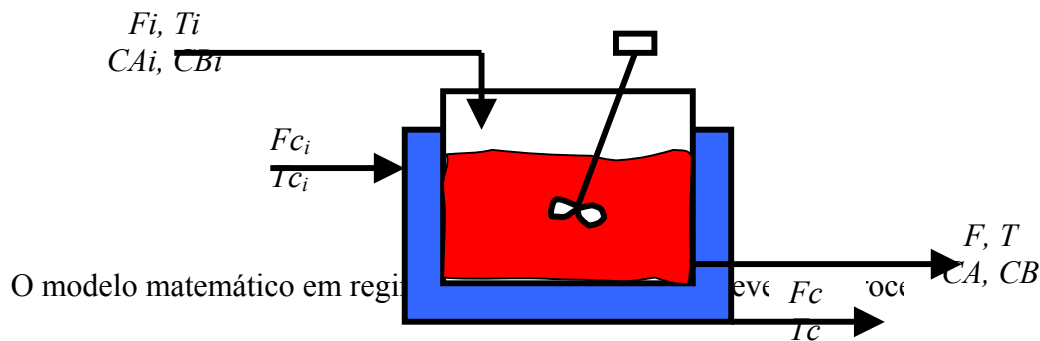
9  
7

x =

1.6667  
1.8889

### • Sistema de equações algébricas não-lineares (SEANL)

Outra classe de problemas bastante frequente que um engenheiro químico enfrenta é a solução de problemas formado por equações algébricas não lineares (SEANL). Por exemplo, ao modelar um reator CSTR não isotérmico em estado estacionário: Considere um reator CSTR, veja Figura 2.01, no qual ocorre uma reação química irreversível exotérmica,  $A \rightarrow B$ . Este reator tem uma camisa de resfriamento e encontra-se em estado estacionário.



**Balço global:**

$$0 = F_i(t) - F(t) \quad (02.03)$$

**Balço de massa para o reagente A:**

$$0 = (F_i(t) \cdot C_{Ai}(t) - F(t) \cdot C_A(t)) + \Gamma_A(t) \cdot V(t) \quad (02.04)$$

**Balço de massa para o reagente B:**

$$0 = (F_i(t) \cdot C_{Bi}(t) - F(t) \cdot C_B(t)) + \Gamma_B(t) \cdot V(t) \quad (02.05)$$

**Balço de energia no reator:**

$$0 = (F_i(t).H_i(t) - F(t).H(t)) + V(t).\Gamma_A(t).\Delta H_R \quad (02.06)$$

**Balço de energia na camisa do reator:**

$$0 = (F_{c_i}(t).H_{c_i}(t) - F_c(t).H_c(t)) + U.A.(T(t) - T_c(t)) \quad (02.07)$$

As equações (02.03) a (02.07) constituem o modelo fenomenológico não-linear do CSTR. Considerando algumas hipóteses adicionais:

**Hipóteses:**

H1. Seção transversal do tanque é constante e de área  $A_t$ . Então  $V(t) = A_t.L(t)$

H2. As propriedades dos componentes e da mistura não variam com a temperatura.

H3. Energia = Entalpia

H4. Os efeitos do calor de mistura são desprezíveis

H5. Reação do tipo:  $A \rightarrow B$  de 2ª ordem, irreversível. Portanto podemos escrever:

$$\Gamma_B = -\Gamma_A = k(T).C_A^2 = k_o \cdot e^{\left(\frac{E}{R.(T+273.15)}\right)}.C_A^2$$

H6. A camisa está completamente preenchida pelo fluido de refrigeração, ou seja

$$F_c = F_{c_i}$$

Então, omitindo a explicitação da dependência com o tempo ( $t$ ) e considerando as hipóteses acima, podemos escrever:

$$0 = \frac{F_i}{A_t} - \frac{F}{A_t} \quad (02.08)$$

$$0 = \frac{F_i}{A_t} \cdot \frac{1}{L} \cdot (C_{A_i} - C_A) - k_o \cdot e^{\left(\frac{E}{R.(T+273.15)}\right)}.C_A^2 \quad (02.09)$$

$$0 = \frac{F_i}{A_t} \cdot \frac{1}{L} \cdot (C_{B_i} - C_B) + k_o \cdot e^{\left(\frac{E}{R.(T+273.15)}\right)}.C_A^2 \quad (02.10)$$

$$0 = \frac{F_i}{A_t} \cdot \frac{1}{L} \cdot (T_i - T) - \frac{\Delta H_R \cdot k_o}{\rho.Cp} \cdot e^{\left(\frac{E}{R.(T+273.15)}\right)}.C_A^2 - \frac{U.A}{\rho.Cp.A_t} \cdot \frac{1}{L} \cdot (T - T_c) \quad (02.11)$$

$$0 = \frac{F_c}{V_c} \cdot (T_{c_i} - T_c) + \frac{U.A}{\rho_c.Cp_c.V_c} \cdot (T - T_c) \quad (02.12)$$

Portanto o modelo é formado por um sistema de 5 equações algébricas não lineares.

Para resolver esse sistema de equações vamos utilizar o comando ***fsolve***.

A sintaxe do comando ***fsolve*** é a seguinte:

$$\text{solucao} = \text{fsolve}(\text{'seanl'}, \text{estimativa\_inicial})$$

onde ***seanl*** :

- é uma ***M-function*** que contém o Sistema de Equações Algébricas Não Lineares a ser resolvido;
- uma ***m-function*** é um arquivo com extensão ***.m*** apresenta na primeira linha a palavra reservada ***function*** , neste caso o nome do arquivo é ***seanl.m***

Para o CSTR teremos, por exemplo

nome do arquivo: **CSTR\_estado\_estacionario.m**

```
function [f] = CSTR_estado_estacionario(x)

V      = 7.08      ; % volume do reator [=] m3
ro     = 19.20     ; % [=] kmol/m3
Cp     = 1.815e5   ; % [=] J/(kmol.oC)
A      = 5.40     ; % área de troca térmica [=] m2
roc    = 1000.00  ; % [=] kg/m3
ko     = 0.0744   ; % [=] m3/(s.kmol)
dHR    = -9.86e7  ; % [=] J/kmol
U      = 3550.00  ; % [=] J/(s.m2.oC)
Vc     = 1.82     ; % [=] m3
Cpc    = 4184.00  ; % [=] K/(kg.oC)
E      = 1.182e7  ; % [=] J/kmol
Fcmx   = 0.02     ; % [=] m3/s
Rg     = 8314.39  ; % [=]
g      = 9.81     ; % [=] m/s2

Rt     = ( 2 * V / ( 2 * pi ) ) ^ (1/3) ; % Lmax = 2R , e L = 50% Lmax
At     = pi * Rt ^ 2 ; % área transversal do tanque (L=2R) [=] m2
Lt     = V / At ; % nível de projeto [=] m


Ft     = 7.5e-3 ; % vazão de descarga de projeto [=] m3/s
alfaL  = Ft / sqrt( ro * g * Lt ) ; % constante de proporcionalidade para F

L      = V / At ; % [=] m
CAi    = 2.88    ; % [=] kmol/m3
CBi    = 0       ; % [=] kmol/m3
Ti     = 66     ; % [=] oC
Tci    = 27     ; % [=] oC
Fi     = 7.5e-3 ; % [=] m3/h
Fci    = 7.392e-3 ; % [=] m3/h
Fc     = Fci    ;

F      = x(1) ;
CA     = x(2) ;
CB     = x(3) ;
T      = x(4) ;
Tc     = x(5) ;

V      = At * L ;
ex     = exp( - E / ( Rg * ( T + 273.15 ) ) ) ;
k      = ko * ex ;
kCA    = k * CA ;
G      = kCA * CA ;
UA     = U * A ;
roCp   = ro * Cp ;
VroCp  = V * roCp ;
FiV    = Fi / V ;
FiVL   = FiV * L ;
FcVc   = Fc / Vc ;
VcroCpc = Vc * roc * Cpc ;

f(1) = ( Fi - F ) / At ;
f(2) = FiV * ( CAi - CA ) - G ;
f(3) = FiV * ( CBi - CB ) + G ;
f(4) = FiV * ( Ti - T ) - dHR * G / roCp - UA * ( T - Tc ) / VroCp ;
f(5) = FcVc * ( Tci - Tc ) + UA * ( T - Tc ) / VcroCpc ;
```

Então, após criar o arquivo **CSTR\_estado\_estacionario.m** e mudar para sua pasta de trabalho, para tanto use o comando **cd** ou use o botão , execute as seguintes instruções:

```
estimativa_inicial = [ 0.0075  1.1303  1.7497  87.9218  50.3117];
x=fsolve('CSTR_estado_estacionario',estimativa_inicial)
```



## • SISTEMA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS - SEDO

Muito frequente também são os sistemas de equações diferenciais ordinárias.

Por exemplo no caso do CSTR em regime transiente, o modelo é dado por um SEDO:

$$f_1 = \frac{dL}{dt} = \frac{F_i}{A_t} - \frac{F}{A_t} \quad (03.01)$$

$$f_2 = \frac{dC_A}{dt} = \frac{F_i}{A_t} \cdot \frac{1}{L} \cdot (C_{Ai} - C_A) - k_o \cdot e^{\left(\frac{E}{R \cdot (T+273.15)}\right)} \cdot C_A^2 \quad (03.02)$$

$$f_3 = \frac{dC_B}{dt} = \frac{F_i}{A_t} \cdot \frac{1}{L} \cdot (C_{Bi} - C_B) + k_o \cdot e^{\left(\frac{E}{R \cdot (T+273.15)}\right)} \cdot C_A^2 \quad (03.03)$$

$$f_4 = \frac{dT}{dt} = \frac{F_i}{A_t} \cdot \frac{1}{L} \cdot (T_i - T) - \frac{\Delta H_R \cdot k_o}{\rho \cdot Cp} \cdot e^{\left(\frac{E}{R \cdot (T+273.15)}\right)} \cdot C_A^2 - \frac{U \cdot A}{\rho \cdot Cp \cdot A_t} \cdot \frac{1}{L} \cdot (T - T_c) \quad (03.04)$$

$$f_5 = \frac{dT_c}{dt} = \frac{F_c}{V_c} \cdot (T_{ci} - T_c) + \frac{U \cdot A}{\rho_c \cdot Cp_c \cdot V_c} \cdot (T - T_c) \quad (03.05)$$

Existem 3 formas diferentes de resolver esse problema utilizando o MATLAB/SIMULINK:

1. Através do uso do **Differential Equation Editor**;
2. Através do uso do **SIMULINK** e **S-FUNCTIONS**;
3. Através do uso dos comandos **ode23**, **ode45**, **ode113**, **ode15s**, **ode23s**, **ode23t**, **ode23tb**, **rk45**, **rk23** e **M-FUNCTIONS**;

Na Tabela 03.01 observamos em que situações cada alternativa de solução de SEDOs é a mais recomendada.

Tabela 03.01: Alternativas para resolução de SEDOs e recomendações

Situação	<i>Differential Equation Editor</i>	<i>odeXX</i> ou <i>rkXX</i> e M-FUNCTIONS	SIMULINK e S-FUNCTIONS
Número de equações diferenciais	poucas (até 2)	poucas ou muitas	poucas ou muitas
Uso em problemas de simulação	sim	sim	sim
Uso em problemas de controle	não	não	sim
Uso em problemas de otimização	não	sim	não
Exemplo de utilização	digite <i>dee</i> na linha de comando	comando <i>help odeXX</i> ou <i>rkXX</i>	pasta <b>CSTR_transiente</b> ou pasta <b>pH</b> ou pasta <b>BATCH</b>

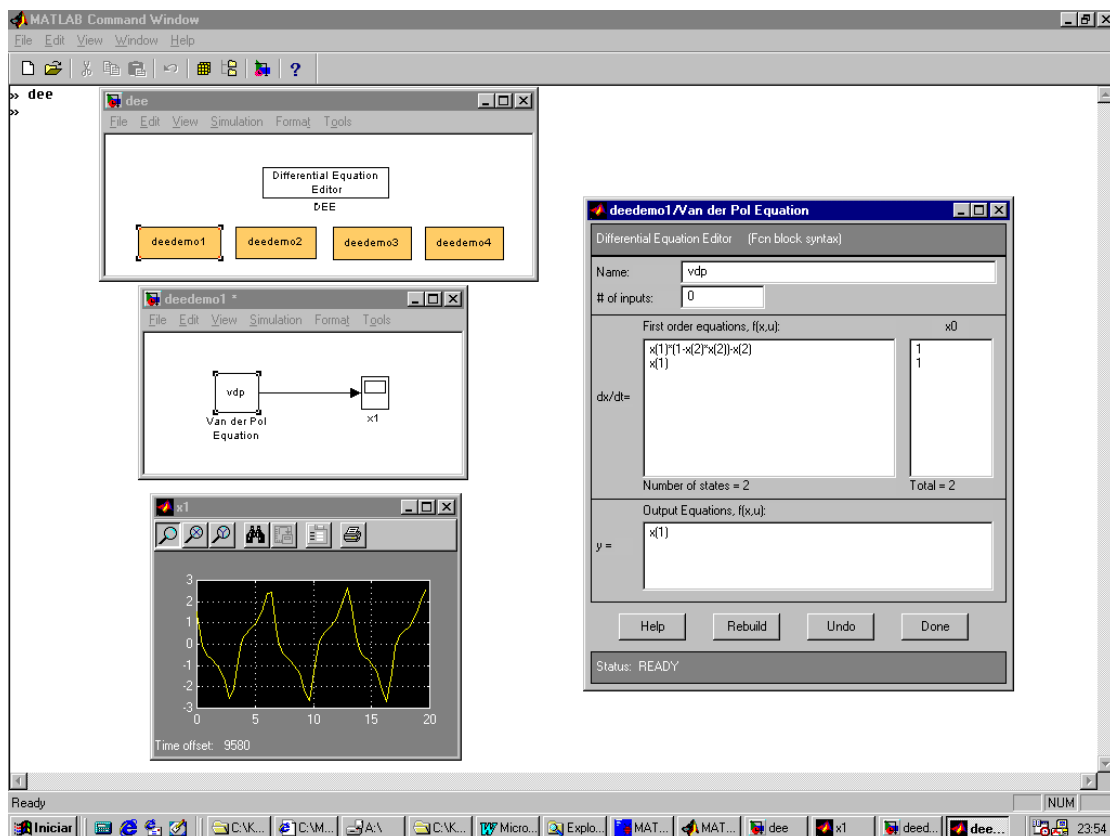


Figura 3.01: Problema VDP (Van Der Pol) utilizando o *dee*

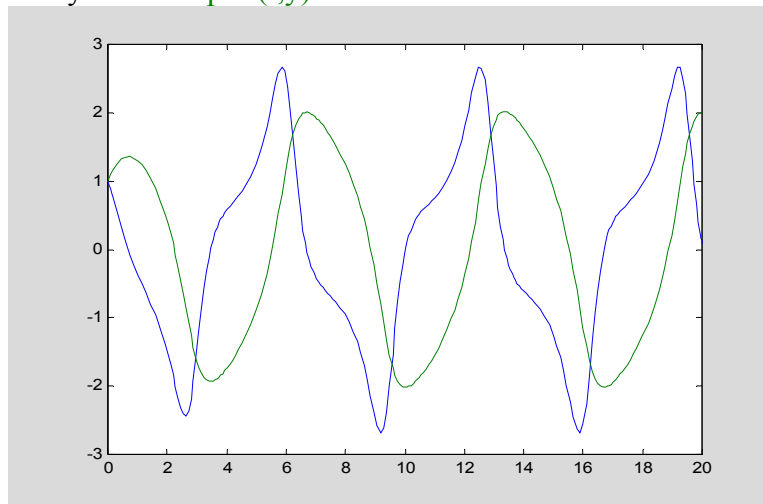
Resolvendo o VDP por ode45:

a) Crie uma M-FUNCTION denominada de **vdp.m**:

```
function derivada = vdp(t,x,u)
derivada(1) = x(1) .* (1 - x(2).^2) - x(2) ;
derivada(2) = x(1) ;
derivada = derivada' ; % criando vetor coluna
```

b) Digite o seguinte comando `[t,y] = ode45('vdp',[0;20],[1;1]) ;`

c) Plote o gráfico y versus t: `plot(t,y)`



Para observar um exemplo do uso do SIMULINK para resolver equações diferenciais mude para a pasta **CSTR\_transiente** e digite **cstr** na linha de comando. Neste caso o modelo de um reator CSTR formado por 5 equações diferenciais ordinárias é resolvido.

Outro exemplo é dado na pasta **pH** na qual o sistema de neutralização em malha fechada da GRIFFIN é simulado. Neste caso digite **pH** na linha de comando do MATLAB para executar a simulação.

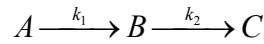
Utilizando o MATLAB podemos, também, simular processos a batelada, como podemos observar no exemplo da pasta **BATCH**. Neste caso digite **batch** na linha de comando do MATLAB para executar a simulação.

### • Uso de M-FUNCTION – Exemplo: Reator a Batelada

Para ilustrar um exemplo de uso da instrução **ode45** considere um processo a batelada. Utilizaremos o reator descrito por Luyben<sup>β</sup>.

<sup>β</sup> Luyben, W. L. *Process Modeling, Simulation and Control for Chemical Engineers*. McGraw-Hill, páginas 57-61, 150-157. 1989 .

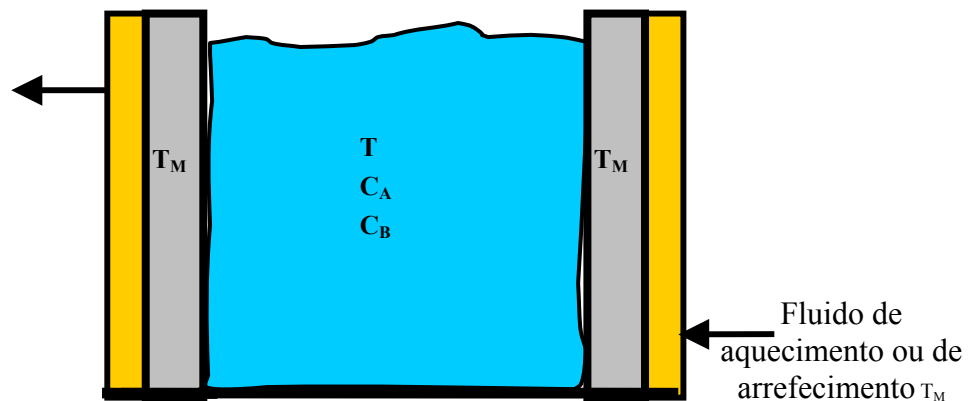
Considere um reator químico a batelada no qual a temperatura da parede do reator pode ser controlada com perfeição e no qual ocorre a seguinte reação em fase líquida:



### Equação 1

Sistemas reacionais como o da equação 1 são relativamente comuns em processos químicos, por exemplo, oxidação de hidrocarbonetos ou cloração de aromáticos. E nesses casos o produto intermediário é sempre o mais desejado.

O reator pode ser visto na Figura 5.01. Existe uma camisa de refrigeração ou de aquecimento que garante o calor necessário para esfriar ou aquecer a parede até a temperatura  $T_M$  desejada.



**Figura 5.01: Reator a batelada com camisa de aquecimento/arrefecimento**

A cinética e sua dependência com a temperatura é conhecida. O objetivo deste processo é produzir a substância  $B$ . O tempo de batelada é fixo e conhecido (200 minutos).

As taxas de consumo das substâncias (cinética das reações) podem ser assim descritas:

$$\Gamma_A = -k_1(T)C_A$$

### **Equação 2**

$$\Gamma_B = k_1(T)C_A - k_2(T)C_B$$

### **Equação 3**

onde 
$$k_i(T) = k_i^o \exp\left(-\frac{E_i}{RgT}\right) \quad , \quad i = 1,2$$

Os dados e valores dos parâmetros deste modelo é dado abaixo:

$$C_A^o = 0.80 \text{ lb-mol/ft}^3$$

$$C_B^o = 0 \text{ lb-mol/ft}^3$$

$$k_1^o = 729.55 \text{ min}^{-1}$$

$$k_2^o = 6567.6 \text{ min}^{-1}$$

$$E_1 = 15.000 \text{ Btu/lb-mol}$$

$$E_2 = 20.000 \text{ Btu/lb-mol}$$

## **Modelo matemático**

A) Balanço de massa:

$$\frac{dVC_A}{dt} = V\Gamma_A = -Vk_1(T)C_A$$

### **Equação 4**

$$\frac{dVC_B}{dt} = V\Gamma_B = V[k_1(T)C_A - k_2(T)C_B]$$

### **Equação 5**

como o volume do meio reacional é constante (reação em fase líquida), obtemos:

$$\frac{dC_A}{dt} = \Gamma_A = -k_1(T)C_A \quad , \quad C_A(0) = C_A^o$$

### **Equação 6**

$$\frac{dC_B}{dt} = \Gamma_B = k_1(T)C_A - k_2(T)C_B \quad , \quad C_B(0) = C_B^o$$

### **Equação 7**

B) Balanço de energia:

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{\Delta H_1}{\rho C_p} k_1(T) C_A + \frac{\Delta H_2}{\rho C_p} k_2(T) C_B - \frac{Q_M}{V \rho C_p}$$

**Equação 8**

onde

$$Q_M = h_i A_i (T - T_M)$$

**Equação 9**

$$h_i = 160 \text{ Btu}/(\text{h} \cdot ^\circ\text{F} \cdot \text{ft}^2)$$

$$A_i = 56.5 \text{ ft}^2$$

$$\rho = 50 \text{ lb}_m/\text{ft}^3$$

$$\Delta H_1 = -40.000 \text{ Btu}/\text{lb-mol}$$

$$\Delta H_2 = -50.000 \text{ Btu}/\text{lb-mol}$$

Utilizando o MATLAB podemos, também, simular processos a batelada, como podemos observar no exemplo da pasta BATCH. Neste caso digite **batch** na linha de comando do MATLAB para executar a simulação.

O código do programa principal (**batch.m**) é o seguinte:

```
clear all
% Universidade Federal da Bahia
% Escola Politécnica
% Departamento de Engenharia Química
% Professor: Ricardo de Araujo Kalid (e-mail: kalid@ufba.br)
% Data:      31 de janeiro de 2001
% Reator a Batelada
% 3 Equações diferenciais
% Exercício Luyben pg151
global A1 A2 En1 En2 dHr1 dHr2 ro Cp V hi Area Rg TM
% Temperatura do fluido refrigerante
TM = 50 ;
% Tempo de simulação
tempo = 40 ;
% Condições iniciais
CAo = 0.8 ;
CBo = 0.0 ;
To = 80.0 ;
% Constantes cinéticas e outras constantes
A1 = 729.55 ;
A2 = 6567.60 ;
En1 = 15000 ;
En2 = 20000 ;
dHr1 = -40000 ;
dHr2 = -50000 ;
ro = 50 ;
Cp = 1 ;
V = 42.5 ;
hi = 160.0 ;
Area = 56.5 ;
Rg = 1.987 ;
% Simulação
x0 = [ CAo CBo To ] ;
[time,x] = ode45('balancos',[0,tempo],x0) ; % Integração balanços de massa e energia
CA = x(:,1) ;
CB = x(:,2) ;
T = x(:,3) ;
% Gráficos
figure(1)
set(1,'Name','Perfil Temp. no Tempo')
plot(time,T,'r',time,TM,'b')
title('Perfil da Temperatura ao Longo do Tempo')
ylabel('Temperat. (oF)')
xlabel('T (verm)  TM (azul)      tempo (min)')
figure(2)
set(2,'Name','Perfil da Concetração de CA')
plot(time,CA,'b')
title('Perfil de CA ao Longo do Tempo')
ylabel('CA (lb-mol/ft3)')
xlabel('CA (azul) - tempo (min)')
figure(3)
set(2,'Name','Perfil da Concetração de CB')
plot(time,CB,'r')
title('Perfil de CB ao Longo do Tempo')
ylabel('CB (lb-mol/ft3)')
xlabel('CB (verm) - tempo (min)')
% Salvamento
save simulacao
% Fim deste arquivo
```

O programa principal chama a rotina de integração (**ode45**), que tem como um de seus argumentos a **function** que tem o modelo do processo. Ou seja, é necessário escrever os balanços de massa e energia do sistema na **function** denominada **balancos.m**.

```
function [ dxdt ] = balancos( time , x )

% Universidade Federal da Bahia
% Escola Politécnica
% Departamento de Engenharia Química
% Professor: Ricardo de Araujo Kalid (e-mail: kalid@ufba.br)
% Data:      31 de janeiro de 2001

% Reator a Batelada
% 3 Equações diferenciais
% Exercício Luyben pg151

% Function que define os balanços de massa

global A1 A2 En1 En2 dHr1 dHr2 ro Cp V hi Area Rg TM

CA = x(1) ;
CB = x(2) ;
T  = x(3) ;

k1 = A1 * exp( - En1/(Rg*(T+460)) ) ;
k2 = A2 * exp( - En2/(Rg*(T+460)) ) ;
QM = hi * Area * ( T - TM ) ;

dC1dt = - k1 * CA ;
dC2dt = + k1 * CA - k2 * CB ;
dTdt  = - dHr1*k1*CA/(ro*Cp) + dHr2*k2*CB/(ro*Cp) - QM/(V*ro*Cp) ;

dxdt = [ dC1dt
         dC2dt
         dTdt ] ;

% Fim deste arquivo
```

Essa **function** que é chamada por uma rotina que resolve um SEDO obrigatoriamente deve ter:

- dois argumentos de entrada, o tempo e a variável de estado, no mínimo;
- um argumento de saída, as equações diferenciais;
- para passar parâmetros para a **function** foi utilizado a instrução **global**
- para evitar confusão denomine o nome da **function** o mesmo nome do arquivo que a contém, pois a relação do MATLAB é dada pelo nome do arquivo e não pelo nome da **function**.



## • S-function

Os exemplos utilizando o SIMULINK fazem uso de uma estrutura de programação denominada **S-function**.

Embora seja possível utilizar o SIMULINK com **M-function** a forma mais eficiente do ponto de vista computacional é empregando a **S-function**, por isso nessa seção nos concentraremos no estudo dessa estrutura de programação do MATLAB/SIMULINK.

Uma **S-function** começa com a instrução **function** e é formada por seções:

- Seção 0 (zero) para **flag = 0**
  - inicialização do sistema formado por SEDO (Sistema de Equações Diferenciais Ordinárias)
  - definição do tamanho do SEDO a ser resolvido
  - definição da condição inicial do SEDO
- Seção 1 (um) para **flag = 1**
  - definição das equações do modelo SEDO
  - utilizada quando temos modelos contínuos
  - retorna as derivadas das variáveis de estado  $\frac{dx(t)}{dt}$
- Seção 2 (dois) para **flag = 2**
  - definição das equações de diferenças
  - utilizada quando temos modelos discretos
  - retorna os estados discretos  $x(n+1)$
- Seção 3 (três) para **flag = 3**
  - definição das equações de saída do sistema
  - retorna um vetor com as variáveis de saída do sistema  $y(t)$
- Seção 4 (quatro) para **flag = 4**
  - retorna o próximo intervalo de tempo para atualização do modelo discreto

Nos exemplos que estudaremos utilizaremos modelo contínuos.

### • S-function: Exemplo 1: SEDOL - Espaço de estados lineares

Seja o seguinte modelo em espaço de estados lineares e invariantes no tempo:

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = \underline{A}.\underline{x} + \underline{B}.u \\ \underline{y} = \underline{C}.\underline{x} + \underline{D}.u \end{cases}$$

onde  $\underline{A}$ ,  $\underline{B}$ ,  $\underline{C}$ , e  $\underline{D}$  são matrizes. Por exemplo:

$$A = \begin{bmatrix} -0.3 & 0 & 0 \\ 2.9 & -0.62 & -2.3 \\ 0 & 2.3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -0.3000 & 0 & 0 \\ 2.9000 & -0.6200 & -2.3000 \\ 0 & 2.3000 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Para resolver esse SEDO-L também precisamos de uma condição inicial:

$$x_{\text{Inicial}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$x_{\text{Inicial}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Este problema tem 3 estados, 1 entrada e 2 variáveis de saída

Escrevendo a **S-function** : **sedoL.m** :

```
function [sys,x0] = sedoL(t,x,u,flag)

% Definição das constantes
A = [ -0.30 0; 2.9 -0.62-2.3j; 0 2.3 0 ] ;
B = [ 1 ; 0 ; 0 ] ;
C = [ 1 1 0 ; 1 -3 1 ] ;
D = [ 1 ; 0 ] ;

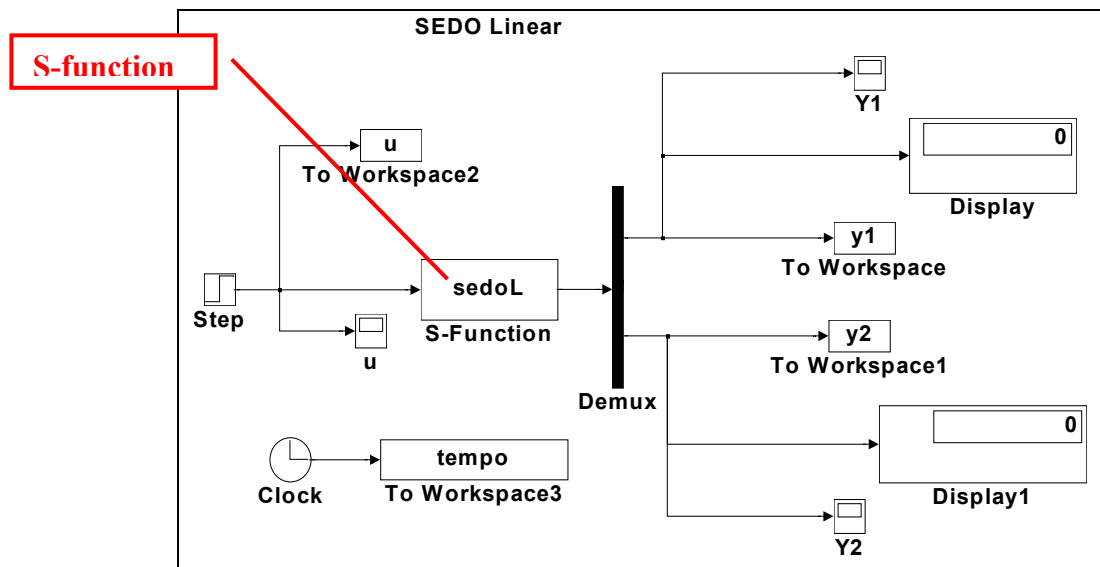
if abs(flag) == 1
    % Cálculo das derivadas dos estados
    sys(1,1) = A(1,1)*x(1) + A(1,2)*x(2) + A(1,3)*x(3) + B(1)*u(1) ; % Equação dx1/dt
    sys(2,1) = A(2,1)*x(1) + A(2,2)*x(2) + A(2,3)*x(3) + B(2)*u(1) ; % Equação dx2/dt
    sys(3,1) = A(3,1)*x(1) + A(3,2)*x(2) + A(3,3)*x(3) + B(3)*u(1) ; % Equação dx3/dt
    % Ou poderia ser: sys = A*x + B*u ;

elseif abs(flag) == 3
    % Transformando as variáveis de estado em variáveis de saída
    sys(1,1) = C(1,1)*x(1) + C(1,2)*x(2) + C(1,3)*x(3) + D(1)*u(1) ; % Equação y1(t)
    sys(2,1) = C(2,1)*x(1) + C(2,2)*x(2) + C(2,3)*x(3) + D(2)*u(1) ; % Equação y1(t)
    % Ou poderia ser: sys = C*x + D*u ;

elseif flag == 0
    % Inicialização do sistema
    x0 = [ 1 ; 1 ; 1 ] ; % Condições iniciais
    sys(1,1) = 3 ; % Número de estados contínuos
    sys(2,1) = 0 ; % Número de estados discretos
    sys(3,1) = 2 ; % Número de saídas
    sys(4,1) = 1 ; % Número de entradas
    sys(5,1) = 0 ; % Número de raízes discretas
    sys(6,1) = 0 ; % Usado em sistemas de sistemas
else
    sys = [] ;
end
```

Para editar o arquivo **sedoL.m** utilize o editor de programas que vem associado ao MATLAB.

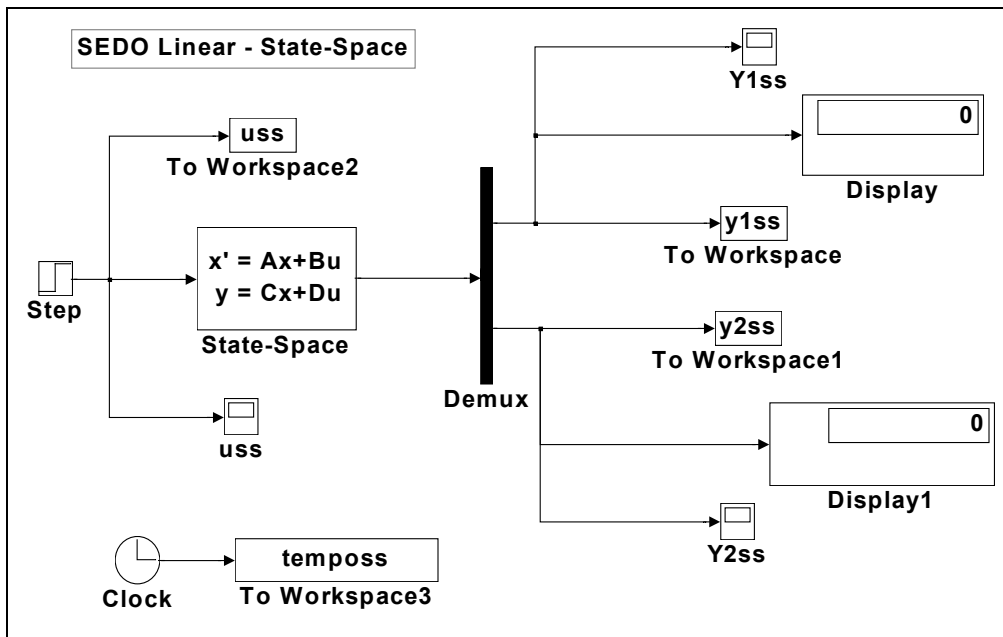
Para utilizar a **S-function** execute o modelo **sedo** digitando esse nome na linha de comando do MATLAB. Então aparecerá o seguinte sinótico:



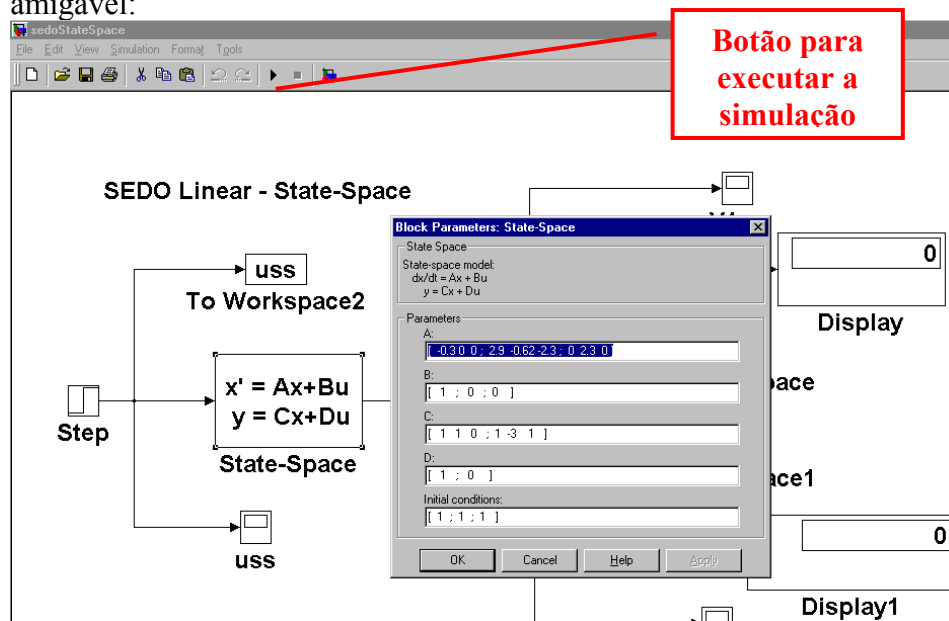
Para criar um sinótico utilize o comando **SIMULINK** na linha de comando do MATLAB, ou click no botão



Outra forma de resolver sistemas de equações diferenciais lineares pode ser observada digitando **sedoStateSpace** na linha de comando do MATLAB, aparecerá então o seguinte sinótico



Se você executar esse sinótico ou o anterior, o resultado será o mesmo, pois ambos fazem a mesmíssima coisa. Apenas a máscara do sinótico **sedoStateSpace** é mais amigável:



## • S-function: Exemplo 2: Espaço de estados não-lineares SEDONL : CSTR em regime transiente

Após mudar para pasta `CSTR_transiente` digite `CSTR` na linha de comando do MATLAB. A S-function dessa simulação `S_sedo.m` é a seguinte:

```
function [sys,x0] = S_sedo(t,x,u,flag)
% Planta: CSTR
% Autor: Ricardo Kalid
%       kalid@ufba.br
% Interface no Simulink para S_sedo.m
% Inputs:
% t : tempo em segundos
% x : estados do sistema
% u : perturbações externas ou variáveis manipuladas
% Outputs: sys e x0 como descritos no manual do SIMULINK
%         quando flag é 0 , sys contem as dimensões dos vetores e
%         x0 contem as condições iniciais,
%         quando flag é 1 , sys contem as derivadas,
%         quando flag é 3 , sys contem as saídas:
global VetorAdim
global CondicoesIniciais
global NumEstados NumVarManip NumVarDistMed
global ro Cp A roc ko dHR U Vc Cpc E Rg
global At g alfaL VetorAdim TipoVazaoDescarga
if abs(flag) == 1
    % Cálculo das derivadas dos estados
    x = x .* [ x > 0 ] ;
    sys = M_cstr(t,x,u) ;
elseif abs(flag) == 3
    % Transformando as variáveis de estado em variáveis de saída
    sys(1,1) = x(1) * VetorAdim(1) ; % L = nível do reator [=] m
    sys(2,1) = x(2) * VetorAdim(2) ; % CA = concentração do reagente A [=] kmol/m3
    sys(3,1) = x(3) * VetorAdim(3) ; % CB = concentração do produto B [=] kmol/m3
    sys(4,1) = x(4) * VetorAdim(4) ; % T = temperatura do reator [=] oC
    sys(5,1) = x(5) * VetorAdim(5) ; % Tc = temperatura da camisa [=] oC
    % Vazão de descarga do reator
    % Se F = F(L) ==> F = alfaL * P^0.5
    % F independe de L e não existe controle de nível ==> F = ve(12)
    % Controle de nível é perfeito ==> F = Fi
    L = sys(1,1) ; % nível [=] m
    Fi = u(1) ; % vazão da alimentação [=] m3/s
    if TipoVazaoDescarga == 1
        P = ro * g * L ; % pressão na tubulação de descarga
        F = alfaL * sqrt ( P ) ; % vazão proporcional ao nível (L)
    elseif TipoVazaoDescarga == 2
        F = u(7) ; % vazão da descarga fornecida,
        % fixada pelo usuário ou pelo sistema de controle [=] m3/s
    elseif TipoVazaoDescarga == 3
        F = Fi ; % controle perfeito do nível (L)
    else
        disp( ' Problemas em S_SEDO.M' )
        disp( ' Escolha TipoVazaoDescarga = 1 , 2 ou 3' )
        break
    end
    sys(6,1) = F ; % F = vazão de descarga do reator [=] m3/s
elseif flag == 0
    % Inicialização do sistema
    x0 = CondicoesIniciais ;
    sys(1,1) = NumEstados ; % Número de estados contínuos
    sys(2,1) = 0 ; % Número de estados discretos
    sys(3,1) = NumEstados + 1 ; % Número de saídas
    sys(4,1) = NumVarManip + NumVarDistMed - 1 ; % Número de entradas
    sys(5,1) = 0 ; % Número de raízes discretas
    sys(6,1) = 0 ; % Usado em sistemas de sistemas
else
    sys = [] ;
end
% Fim deste arquivo
```

As equações diferenciais do modelo matemático do CSTR estão na **M-function** `M_cstr.m` listada abaixo.

```
function Derivadas = M_cstr(t,x,u)

% Função para cálculo do Sistema de Equações Diferenciais Ordinárias
% que representa a PLANTA do CSTR

% Dados passados
global ro Cp A roc ko dHR U Vc Cpc E Rg
global At g alfaL VetorAdim TipoVazaoDescarga

% Estados do sistema
L = x(1) * VetorAdim(1) ; % nível do reator [=] m
CA = x(2) * VetorAdim(2) ; % concentração do reagente A [=] kmol/m3
CB = x(3) * VetorAdim(3) ; % concentração do produto B [=] kmol/m3
T = x(4) * VetorAdim(4) ; % temperatura do reator [=] oC
Tc = x(5) * VetorAdim(5) ; % temperatura da camisa [=] oC

% Entradas do sistema
Fi = u(1) ; % vazão da carga [=] m3/s
CAi = u(2) ; % concentração do reagente A na carga [=] kmol/m3
CBi = u(3) ; % concentração do produto B na carga [=] kmol/m3
Ti = u(4) ; % temperatura da carga [=] oC
Tci = u(5) ; % temperatura do fluido refrigerante [=] oC
Fc = u(6) ; % vazão do fluido refrigerante [=] m3/s

% Vazão de descarga do reator
% Se F = F(L) ==> F = alfaL * P^0.5
% F independe de L e não existe controle de nível ==> F = ve(12)
% Controle de nível é perfeito ==> F = Fi

if TipoVazaoDescarga == 1
    P = ro * g * L ; % pressão na tubulação de descarga
    F = alfaL * sqrt ( P ) ; % vazão proporcional ao nível (L)
elseif TipoVazaoDescarga == 2
    F = u(7) ; % vazão da descarga fornecida,
    % fixada pelo usuário ou pelo sistema de controle [=] m3/s
elseif TipoVazaoDescarga == 3
    F = Fi ; % controle perfeito do nível (L)
else
    disp( ' Problemas em M_SEDO.M' )
    disp( ' Escolha TipoVazaoDescarga = 1 , 2 ou 3' )
    break
end

if ( L <= eps | CA <= eps | CB <= eps | T <= eps | Tc <= eps )
    disp( ' F Fc L CA CB T Tc ' )
    disp( [ F Fc L CA CB T Tc ] )
    disp( ' Problemas em SEDO.M' )
    break
end

% Sistema de Equações Diferenciais Ordinárias (SEDO)
% ██████████

% Adimensionalização, quando for o caso
Derivadas = Derivadas ./ VetorAdim ;

% Fim deste arquivo
```

**M-file sedo.m :**

```

% SEDO

V      = At * L ;
ex     = exp( - E / ( Rg * ( T + 273.15 ) ) ) ;
k      = ko * ex ;
kCA    = k * CA ;
G      = kCA * CA ;
UA     = U * A ;
roCp   = ro * Cp ;
VroCp  = V * roCp ;
FiV    = Fi / V ;
FiVL   = FiV * L ;
FcVc   = Fc / Vc ;
VcrocCpc = Vc * roc * Cpc ;

dLdt = ( Fi - F ) / At ;
dCAdt = FiV * ( CAi - CA ) - G ;
dCBdt = FiV * ( CBi - CB ) + G ;
dTdt = FiV * ( Ti - T ) - dHR * G / roCp - UA * ( T - Tc ) / VroCp ;
dTcdt = FcVc * ( Tci - Tc ) + UA * ( T - Tc ) / VcrocCpc ;

Derivadas = [ dLdt
              dCAdt
              dCBdt
              dTdt
              dTcdt ] ;

```

Portanto, de maneira *claríssima* observamos que

**sedo.m** é um **M-file** que será incluído na **M-function M\_cstr.m** que, por sua vez, é uma subrotina da **S-function S\_sedo.m**, chamada pelo sinótico **cstr1sim.mdl** (ou **cstr2sim.mdl** ou **cstr3sim.mdl**) ou melhor

**sedo.m** é um **M-file** que será incluído na **M-function M\_cstr.m**

**M\_cstr.m** é uma **M-function**, subrotina da **S-function S\_sedo.m**

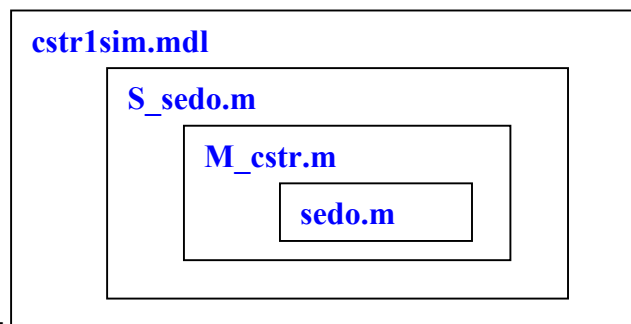
**S\_sedo.m** é uma **S-function**, executada pelo sinótico **cstr1sim.mdl**

ou ainda

**cstr1sim.mdl** chama **S\_sedo.m** que chama **M\_cstr.m** que inclui **sedo.m**

ou seja

**cstr1sim.mdl** manda em **S\_sedo.m**, que manda **M\_cstr.m**, que manda em **sedo.m**, que calcula as derivadas (é o peão).



### 1.1.1 S-function. Exemplo 3. Espaço de estados não-lineares SEDONL : neutralização de pH em malha fechada





```

        ( vaz_U16 / (vaz_ent_base + eps) - Us_na_mist_01(4) ) * pH_U_16i + ...
        ( vaz_U91 / (vaz_ent_base + eps) - Us_na_mist_01(5) ) * pH_U_91labi + ...
    pH_U_mist_01i
vol_mistura = (vaz_U11/(vaz_ent_base+eps) - Us_na_mist_01(1)) * vol_PSA_U_11_12i + ...
              (vaz_U13/(vaz_ent_base+eps) - Us_na_mist_01(2)) * vol_PSA_U_13_14i + ...
              (vaz_U15/(vaz_ent_base+eps) - Us_na_mist_01(3)) * vol_PSA_U_15i + ...
              (vaz_U16/(vaz_ent_base+eps) - Us_na_mist_01(4)) * vol_PSA_U_16i + ...
              (vaz_U91/(vaz_ent_base+eps) - Us_na_mist_01(5)) * vol_PSA_U_91labi + ...
    vol_PSA_mist_01i
;

% interpolação linear para considerar o reciclo xxk
pH_mistura = ( pH_mistura * vaz_ent_base + pH_reciclo * vaz_rec ) / ...
              vaz_ent_base_reciclo
;
vol_mistura = ( vol_mistura * vaz_ent_base + vol_reciclo * vaz_rec ) / ...
              vaz_ent_base_reciclo
;

% o pH do reciclo acho mais correto considerar como sendo o pH da saída do 3° tanque
% na iteração anterior xxk
pH_reciclo = pH_mistura ;
vol_reciclo = vol_mistura ;
pH_mistura_matriz = [ pH_mistura_matriz ; pH_mistura' ] ;
vol_mistura_matriz = [ vol_mistura_matriz ; vol_mistura' ] ;

% Cálculo da curva de neutralização (ganho do processo) do 1° tanque
% falta considerar o efeito da variação da vazão e qualidade das alimentações e do
% ácido no pH da mistura
x = vol_mistura ;
y = pH_mistura ;
metodo = 'linear' ;
vaz_aux = vaz_A / fator_de_escalas ; % correção da diferença de conc. do ácido

pH_tq_ent(1) = interp1(x,y,vaz_aux,metodo) ;

% pH de entrada para os demais tanques de neutralização

pH_tq_ent(2) = pH_tq(1) ;
pH_tq_ent(3) = pH_tq(2) ;

% Sistema de Equações Diferenciais Ordinárias (SEDO)

tal(1) = vol_util(1) / vaz_ent ;
tal(2) = vol_util(2) / vaz_ent ;

% existe um certo erro,
% mas se o controle de nível for perfeito então o tal(3) está correto
tal(3) = vol_util(3) / vaz_sai ;

dnivel_tq3dt = ( vaz_ent - vaz_sai ) / area_total(3) ;
dpH_tqdt(1) = ( pH_tq_ent(1) - pH_tq(1) ) / tal(1) ;
dpH_tqdt(2) = ( pH_tq_ent(2) - pH_tq(2) ) / tal(2) ;
dpH_tqdt(3) = ( pH_tq_ent(3) - pH_tq(3) ) / tal(3) ; % xxk

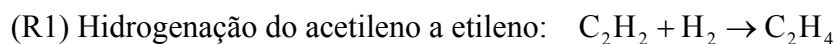
Derivadas = [ dnivel_tq3dt ; dpH_tqdt(1) ; dpH_tqdt(2) ; dpH_tqdt(3) ] ;

% Fim deste arquivo

```

## 1.1.2 S-function: Exemplo 4: Espaço de estados não-lineares SEDONL : reator PFR em estado estacionário

Considere um reator tubular em estado estacionário, no qual ocorrem as seguintes reações químicas:



$$\Gamma_1 = \frac{k_1 K_{H_2} P_{H_2} K_{C_2H_2} P_{C_2H_2}}{(1 + K_{C_2H_2} P_{C_2H_2} + K_{CO} P_{CO})(1 + K_{H_2} P_{H_2})}$$

(R2) Hidrogenação do etileno a etano:  $C_2H_4 + H_2 \rightarrow C_2H_6$

$$\Gamma_2 = \frac{k_2 K_{H_2} P_{H_2} K_{C_2H_4} P_{C_2H_4}}{(1 + K_{C_2H_4} P_{C_2H_4} + K_{CO} P_{CO})(1 + K_{H_2} P_{H_2})}$$

O reator catalítico, adiabático cuja carga é composta por  $C_2H_2$ ,  $C_2H_4$ ,  $C_2H_6$ ,  $CO$ ,  $H_2$  e  $CH_4$ . O  $C_2H_2$  é a substância que deve ser convertida a  $C_2H_4$ , contudo parte desta substância é convertida em  $C_2H_6$  (reação indesejada). O monóxido de carbono é um agente que aumenta a seletividade do catalisador. O metano é inerte.

O modelo em regime estacionário para esse processo é dado por

$$\frac{1}{\pi R^2} \frac{dF_{C_2H_2}}{dz} = -\Gamma_{G_{C_2H_2}}$$

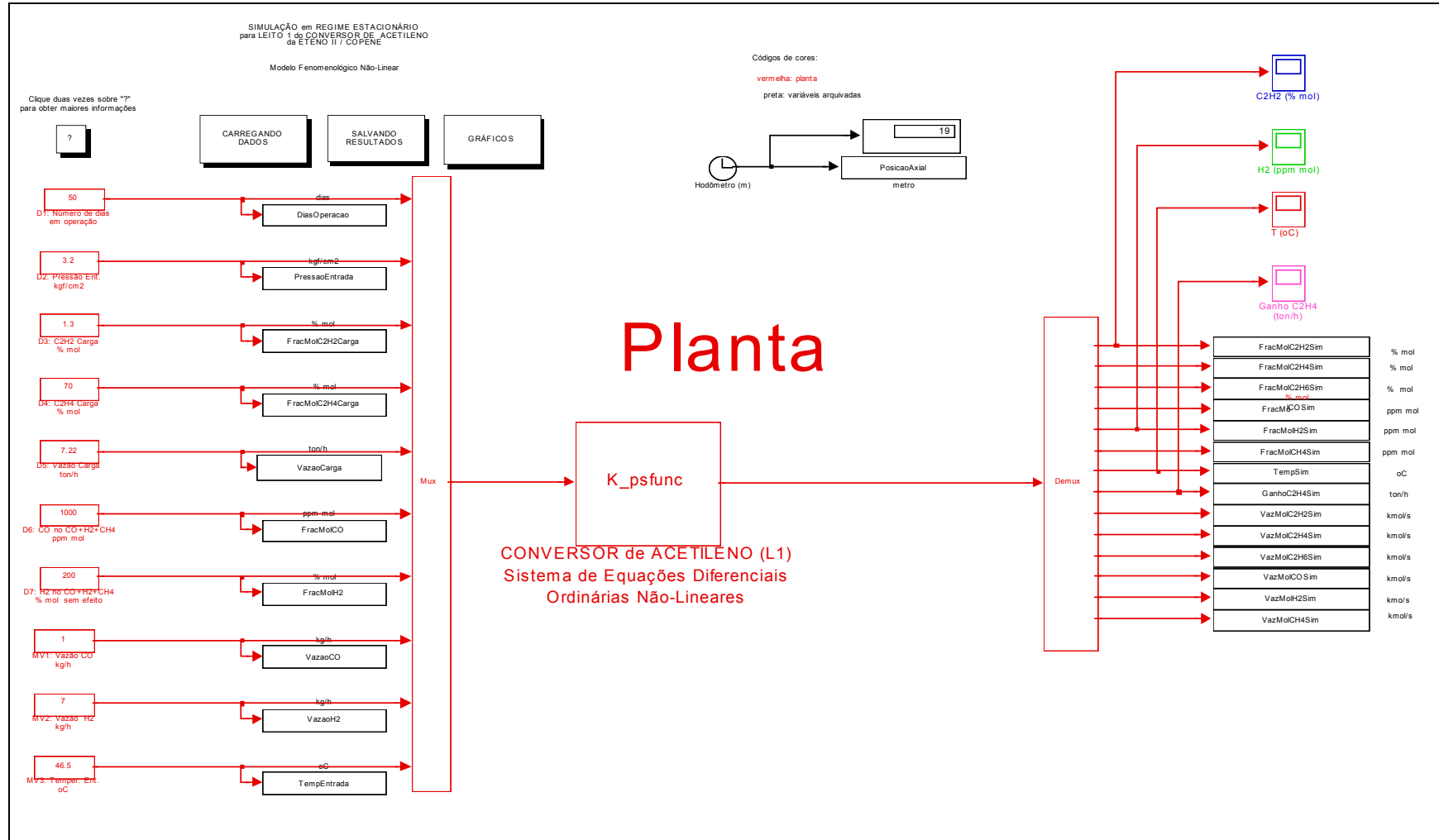
$$F_{C_2H_6} = F_{C_2H_6}^o + F_{H_2}^o - F_{H_2} - (F_{C_2H_2}^o - F_{C_2H_2})$$

$$F_{C_2H_4} = F_{C_2H_4}^o + (F_{C_2H_2}^o - F_{C_2H_2}) - (F_{C_2H_6} - F_{C_2H_6}^o)$$

$$\frac{1}{\pi R^2} \frac{dF_{H_2}}{dz} = -\Gamma_{G_{H_2}}$$

$$v \left( \sum_{i=1}^{nc} C_i \overline{Cp_i} \right) \frac{dT}{dz} = -(\Delta H_1 \sigma_1 \Gamma_1 + \Delta H_2 \sigma_2 \Gamma_2)$$

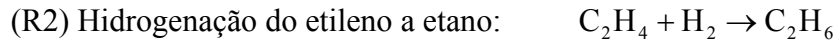
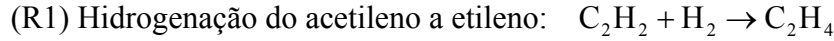
Na próxima página observamos o sinótico do reator tubular. Para executar o simulador, mude para a pasta **pfr\_estacionário** e digite **pfr** na linha de comando do MATLAB.





• **SISTEMA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS PARCIAIS**  
**S-function: espaço de estados não-lineares**  
**SEDPNL: reator PFR em regime transiente**

Considere um reator tubular em regime dinâmico, no qual ocorrem as seguintes reações químicas:



O reator catalítico, adiabático cuja carga é composta por  $C_2H_2$ ,  $C_2H_4$ ,  $C_2H_6$ ,  $CO$ ,  $H_2$  e  $CH_4$ . O  $C_2H_2$  é a substância que deve ser convertida a  $C_2H_4$ , contudo parte desta substância é convertida em  $C_2H_6$  (reação indesejada). O monóxido de carbono é um agente que aumenta a seletividade do catalisador. O metano é inerte.

O modelo em regime transitório para esse processo é dado por 7 equações diferenciais parciais não-lineares:

$$\varepsilon_t \frac{\partial \mathcal{X}_{C_2H_2}}{\partial t} = -\frac{1}{\pi R^2} \frac{\partial \mathcal{F}_{C_2H_2}}{\partial z} - \Gamma_{G_{C_2H_2}}$$

$$\varepsilon_t \frac{\partial \mathcal{X}_{C_2H_4}}{\partial t} = -\frac{1}{\pi R^2} \frac{\partial \mathcal{F}_{C_2H_4}}{\partial z} - \Gamma_{G_{C_2H_4}}$$

$$\varepsilon_t \frac{\partial \mathcal{X}_{C_2H_6}}{\partial t} = -\frac{1}{\pi R^2} \frac{\partial \mathcal{F}_{C_2H_6}}{\partial z} - \Gamma_{G_{C_2H_6}}$$

$$\varepsilon_t \frac{\partial \mathcal{X}_{CO}}{\partial t} = -\frac{1}{\pi R^2} \frac{\partial \mathcal{F}_{CO}}{\partial z}$$

$$\varepsilon_t \frac{\partial \mathcal{X}_{H_2}}{\partial t} = -\frac{1}{\pi R^2} \frac{\partial \mathcal{F}_{H_2}}{\partial z} - \Gamma_{G_{H_2}}$$

$$\varepsilon_t \frac{\partial \mathcal{X}_{CH_4}}{\partial t} = -\frac{1}{\pi R^2} \frac{\partial \mathcal{F}_{CH_4}}{\partial z}$$

$$\left[ \varepsilon_t \sum_{i=1}^{nc} C_i \overline{Cp}_i + (1 - \varepsilon_L) \rho_p C_p \right] \frac{\partial T}{\partial t} = -v \left( \sum_{i=1}^{nc} C_i \overline{Cp}_i \right) \frac{\partial T}{\partial z} - \sum_{j=1}^{nr} \Delta H_j \theta_j \eta_j \Gamma_j$$

onde

$\Gamma_{G_i}$	-	taxa de consumo efetivo do componente $i$
$\Gamma_j$	-	taxa intrínseca da reação $j$
$\theta_j$	-	função atividade catalítica
$\eta_j$	-	fator de efetividade

$$\varepsilon_i \sum_{i=1}^{nc} (C_i \overline{Cp}_i) \quad - \quad \text{termo referente ao acúmulo de energia no fluido}$$

$$(1 - \varepsilon_L) \rho_p C_{p,p} \quad - \quad \text{termo referente ao acúmulo de energia no catalisador}$$

$$k_1 = k_1^o \exp\left(-\frac{E_1}{T}\right)$$

$$k_2 = k_2^o \exp\left(-\frac{E_2}{T}\right)$$

$$K_{C_2H_2} = k_{C_2H_2}^o \exp\left(\frac{Q_{C_2H_2}}{T}\right)$$

$$K_{C_2H_4} = k_{C_2H_4}^o \exp\left(\frac{Q_{C_2H_4}}{T}\right)$$

$$K_{H_2} = k_{H_2}^o \exp\left(\frac{Q_{H_2}}{T}\right)$$

$$K_{CO} = k_{CO}^o \exp\left(\frac{Q_{CO}}{T}\right)$$

Os valores dos parâmetros apresentados por Bos (1993) são os seguintes:

$$k_1^o = 2,74 \times 10^6 \text{ kmol} / \text{kg}_s \cdot \text{s}$$

$$E_1 = 7517 \text{ K}$$

$$k_2^o = 3,16 \times 10^8 \text{ kmol} / \text{kg}_s \cdot \text{s}$$

$$E_2 = 8479 \text{ K}$$

$$K_{C_2H_2}^o = 1,97 \times 10^{-1} \text{ kPa}^{-1}$$

$$Q_{C_2H_2} = 1508 \text{ K}$$

$$K_{C_2H_4}^o = 5,33 \times 10^{-6} \text{ kPa}^{-1}$$

$$Q_{C_2H_4} = 1810 \text{ K}$$

$$K_{H_2} = 1,28 \times 10^{-6} \text{ kPa}^{-1}$$

$$Q_{H_2} = 1861 \text{ K}$$

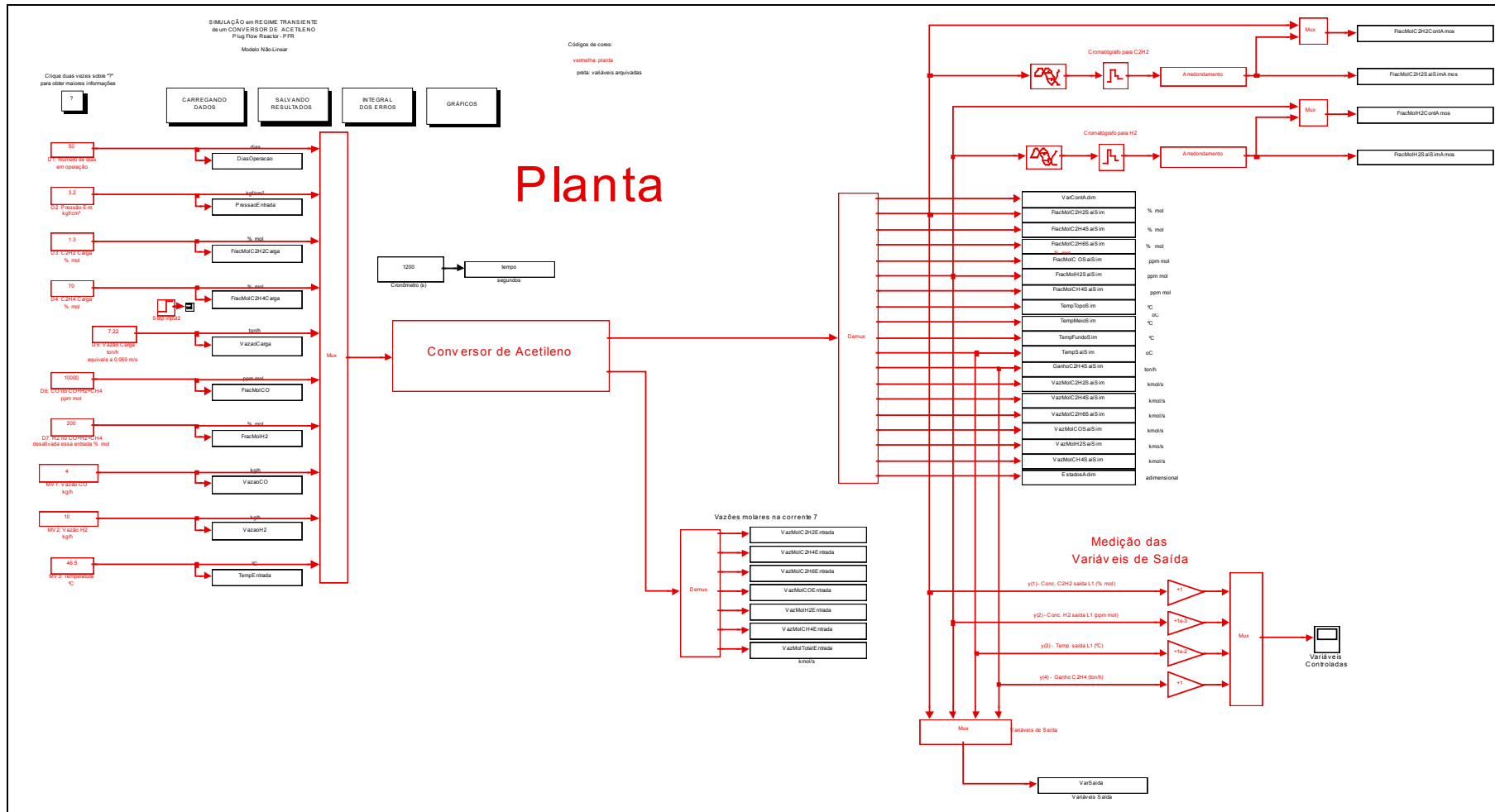
$$K_{CO} = 4,0 \times 10^{-9} \text{ kPa}^{-1}$$

$$Q_{CO} = 8963 \text{ K}$$

As condições inicial e de contorno para as equações (2.II.01-07) são as seguintes:

condição inicial:	para $t = 0$	$\rightarrow$	$C_i(0, z) = C_i^o(z)$ $T(0, z) = T(z)$
condição de contorno:	para $z = 0$	$\rightarrow$	$F_i(t, 0) = F_i(t)$ $T(t, 0) = T(t)$

Nesta página observamos o sinótico do reator tubular. Para executar o simulador, mude para a pasta **pfr\_transiente** e digite **pfr** na linha de comando do MATLAB.



## • DEPURADOR DE PROGRAMAS

O MATLAB possui um depurador de programas que auxilia na detecção de erros de programação, sintaxe, divisão por zero, et.

Para saber suas opções digite *help debug* na linha de comando do MATLAB. O depurador também pode ser ativado a partir do editor de programas do MATLAB.

### *help debug*

Debugging commands.

```
dbstop      - Set breakpoint.
dbclear     - Remove breakpoint.
dbcont      - Resume execution.
dbdown      - Change local workspace context.
dbmex       - Enable MEX-file debugging.
dbstack     - List who called whom.
dbstatus    - List all breakpoints.
dbstep      - Execute one or more lines.
dbtype      - List M-file with line numbers.
dbup        - Change local workspace context.
dbquit      - Quit debug mode.
```

When a breakpoint is hit, MATLAB goes into debug mode, the debugger window becomes active, and the prompt changes to a K>. Any MATLAB command is allowed at the prompt.

To resume M-file function execution, use DBCONT or DBSTEP.

To exit from the debugger use DBQUIT.



